Analisi 2. Quarto Compitino. 04.06.2021

L'indirizzo email della persona che ha risposto (**null**) è stato registrato quando hai inviato questo modulo.

*Campo obbligatorio

1. Email *

2. ISTRUZIONI

Istruzioni di compilazione: Si usi:
- lo slash per indicare la linea di frazione: `2/3` per $\frac{2}{3}$;
- il carattere `^` per indicare la potenza: `2^3` per 2^3;
- le combinazioni `>=` per il maggiore o eguale $\geq$ e `<=` per il minore o eguale $\leq$: `1<=2` per $1 \leq 2$;
- il carattere _ per indicare l'indice: `a_n` per a_n;
- `sqrt` (preferibile) oppure `^(1/2)` per indicare la radice, dunque `sqrt(2)` oppure `2^(1/2)` per $\sqrt{2}$;
- `exp` (preferibile) oppure `e^` per indicare l'esponenziale, dunque `exp(2)` oppure `e^(2)` per e^2;
- `Pi` per π;
- le parentesi per dirimere tutti i casi di ordine tra le operazioni, per esempio `((1+x)/2)^((x+y)/(x-y))`;
- le parentesi anche per indicare punti e vettori, come in `(1,2,3)`;
- per indicare una sommatoria o una serie come $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ si può usare `SUM(n=0,infinito)a_n`

La somma dei punteggi degli esercizi fa 40.

ATTENZIONE ALLA SCADENZA DEL TEMPO (1 ora e 15 minuti)

3. Nome *

4. Cognome *

5. Matricola *

6. Spazio per eventuali commmenti/segnalazioni

Domanda 1

Siano $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ e $S \subset \mathbb{R}^3$ definiti da:

$$\vec{f}(x,y,z) := 2z(x+y)\vec{\mathbf{i}} + 2z(x-y))\vec{\mathbf{j}} + 24x^2y^2\vec{\mathbf{k}}$$
$$S := \{(x,y,x) \,:\, x^2+y^2 = 1+2(x-1)z, 0 \le z \le 1\}$$

Diamo per buono che S è una superficie regolare a tratti. Si vede facilmente che S è contenuto nella frontiera di D, dove

$$D := \{(x,y,x) \,:\, x^2+y^2 \le 1+2(x-1)z, 0 \le z \le 1\}$$

Consideriamo su S la normale $\hat{\nu}$ uscente da D (la cosa ha senso perché $S \subset \partial D$, come appena detto).

Consideriamo inoltre i punti:

$$P_1 := \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \qquad P_2 := (1,0,1), \qquad P_3 := \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right).$$

$$\partial D = S \cup \{ x^2+y^2 \le 1+2(x-1)z , z=0\} \cup \{ x^2+y^2 \le 1+2(x-1)z , z=1 \} =$$
$$S \cup \{ x^2+y^2 \le 1 , z=0 \} \cup \{ \underbrace{x^2+y^2 \le 1+2(x-1) , z=1}_{\{(1,0,1)\} \in S} \}$$

$$\partial D = S \cup B \qquad \text{dove } B = \{x^2+y^2 \le 1, z=0\}$$

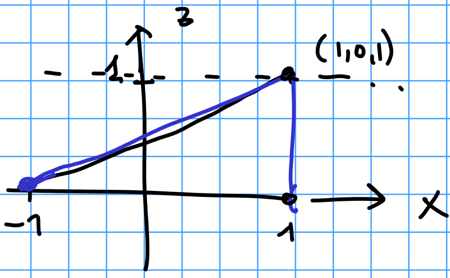
$D = \{x^2+y^2 \le 1 + 2(x-1)z \ , \ 0 \le z \le 1\}$

$S = \{x^2+y^2 = 1 + 2(x-1)z \ , \ 0 < z < 1\}$

ν = normale uscente da D

$P_1 = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \qquad P_2 = (1,0,1) \qquad P_3 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$

1) $S \cap \{y=0\} = \{x^2 = 1 + 2(x-1)z \ , \ 0 \le z \le 1\}$



$$z = \frac{x^2-1}{2(x-1)} = \frac{(x+1)\cancel{(x-1)}}{2\cancel{(x-1)}} = \frac{x+1}{2}$$

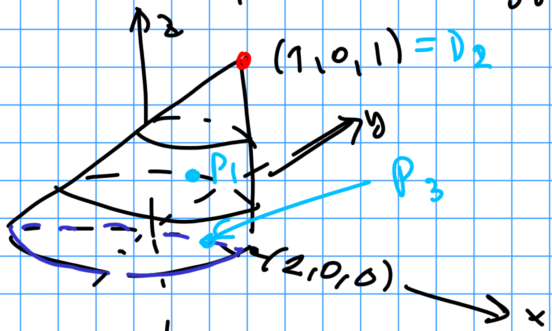
← se $x \ne 1$

se $x = 1$ RIMANE $0 \le z \le 1$

2) $S \cap \{z = c\}$

$x^2 + y^2 = 2c(x-1) + 1 \iff x^2 - 2cx + c^2 + y^2 = 1 - 2c + c^2$

$\iff (x-c)^2 + y^2 = (1-c)^2$. sono delle circonferenze di centro $(c,0)$ e raggio $|1-c|$

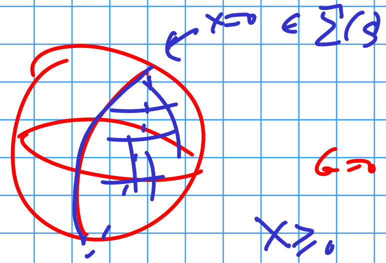


se $c=0$ ho $x^2+y^2=1$

$c=1$ ho solo $(0,0,1)$

3) $\Sigma(S) = \{x^2+y^2=1, \ z=0\}$ ($\leftarrow \ni P_3$)

$\Sigma^*(S) = \Sigma(S) \cup \{(0,0,1)\}$



FATTI se $S = \{G=0, \ G_1 \le 0 \cdots G_k \le 0\}$ tutte C^1 e "trasversali" $\Rightarrow$

$\Sigma(S) = \bigcup_{i=1}^{k} \{G=0, \ G_i = 0, \ G_j \le 0 \text{ se } i \ne j\}$ ←

• (se $D = \{G_1 \le 0 \cdots G_k \le 0\}$ ∂D è reg. a tratti: $\Sigma(\partial D) = \emptyset$

$\Sigma^*(\partial D) = \bigcup_{i=1} \{G_i = 0 \ \ G_j \le 0\}$ ←

(3) $P_1 \in S$?

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4} = 1 + \cancel{2}\left(\frac{1}{2}-1\right)\frac{1}{\cancel{2}} \iff$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ sì $P_1 \in S$

$P_1 \notin \Sigma(S)$ $P_1 \neq (0,0,1)$

$P_2 \in \Sigma^*(S)$.

P_2 è il vertice del cono

$P_3 \in \Sigma(S)$

(4) $G(x,y,z) = x^2+y^2-2z(x-1)-1$

$$\nabla G(x,y,z) = \begin{pmatrix} 2x-2z \\ 2y \\ -2(x-1) \end{pmatrix}$$

$$\hat{\nu}(P_1) = \frac{\nabla G(1/2,1/2,1/2)}{\|\nabla G(1/2,1/2,1/2)\|} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(5) $\phi(\vec{f}, \partial D, \hat{\nu}) = \phi(\vec{f}, S, \hat{\nu}) + \phi(\vec{f}, B, \hat{\nu})$

(su B $\hat{\nu} = -\vec{k}$!)

$\vec{f} = 2z(x+y)\vec{i} + 2z(x-y) + 24x^2y^2\vec{k}$

Vorrei usare la divergenza : $\phi(\vec{f}, \partial D, \hat{\nu}) = \iiint_D \operatorname{div} \vec{f}$

$\operatorname{div}\vec{f} = 2z - 2z = 0 \Rightarrow$

$\phi(\vec{f}, S, \hat{\nu}) = -\phi(\vec{f}, B, -\vec{k}) = \phi(\vec{f}, B, \vec{k})$

$$\phi(\vec{f}, B, \vec{k}) = \iint_{x^2+y^2\le 1} f_3(x,y,0)\,dx\,dy .$$

$$24\iint_{x^2+y^2\le 1} x^2y^2\,dx\,dy = 24\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \rho^4\cos^2\theta\sin^2\theta\,\rho\,d\rho =$$

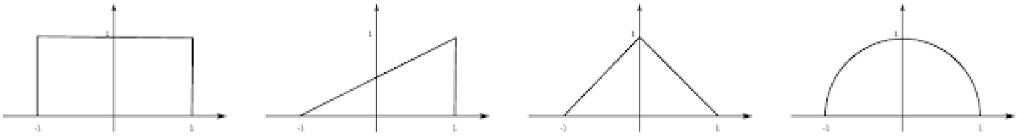
$$6\int_0^{2\pi}\sin(2\theta)^2\,d\theta\int_0^1 \rho^5\,d\rho = 6\int_0^{2\pi}\frac{1-\cos(4\theta)}{2}\,d\theta\left[\frac{\rho^6}{6}\right]_0^1 =$$

HA INTEGRALE NULLO

$$6\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}\,2\pi = \pi$$

7. 2 punti

Si indichi quale delle seguenti figure rappresenta la sezione di S nel piano $\{y = 0\}$.



(A) (B) (C) (D)

Contrassegna solo un ovale.

- (A)
- (B)
- (C)
- (D)
- Nessuna di queste

8. 2 punti

Si dica se è vero che tutte le sezioni di S con un piano $\{z = c\}$, con $0 < c < 1$ (cioè gli insiemi $\{(x, y) : (x, y, c) \in S\}$) sono dei cerchi

Contrassegna solo un ovale.

- Vero
- Falso

9. 2 punti

Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera.

(A) $P_1 \in \Sigma(S)$;
(B) $P_1 \in \Sigma^*(S) \setminus \Sigma(S)$;
(C) $P_1 \in S \setminus \Sigma^*(S)$;
(D) $P_1 \notin S$;

Contrassegna solo un ovale.

- (A)
- (B)
- (C)
- (D)

10. 2 punti

Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera.

(A) $P_2 \in \Sigma(S)$;
(B) $P_2 \in \Sigma^*(S) \setminus \Sigma(S)$;
(C) $P_2 \in S \setminus \Sigma^*(S)$;
(D) $P_2 \notin S$;

Contrassegna solo un ovale.

- (A)
- (B)
- (C)
- (D)

11. 2 punti

Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera.

(A) $P_3 \in \Sigma(S)$;
(B) $P_3 \in \Sigma^*(S) \setminus \Sigma(S)$;
(C) $P_3 \in S \setminus \Sigma^*(S)$;
(D) $P_3 \notin S$;

Contrassegna solo un ovale.

- [x] (A)
- [ ] (B)
- [ ] (C)
- [ ] (D)

12. 2 punti

Si scriva la normale $\hat{\nu}$ nel punto P_1 o si scriva "non esiste".

$\sqrt{2}\,\vec{j} + \sqrt{2}\,\vec{k}$

13. 6 punti

Si calcoli il flusso $\Phi(\vec{f}, S, \hat{\nu})$ del campo $\vec{f}$ attraverso la superficie orientata $(S, \hat{\nu})$.

π

14. 3 punti

Si trovi un potenziale vettore $\vec{F}$ per $\vec{f}$ o si scriva "non esiste".

$\vec{F} = \left(z^2(x-y) + 4x^3y^2\right)\vec{i} + \left(z^2(x-y) - 4xy^3\right)\vec{j}$

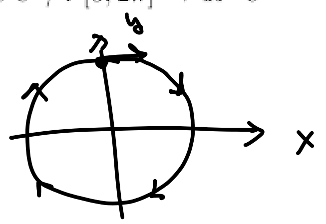
15. 3 punti

Si calcoli l'integrale curvilineo $\int_\gamma \vec{F} \cdot d\vec{s}$ dove $\vec{F}$ è quello del punto precedente e $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^3$ è definita da:

$$\gamma(t) := \sin(t)\vec{\mathrm{i}} + \cos(t)\vec{\mathrm{j}} + 0\vec{k}$$

(anche in questo caso la risposta può essere "non esiste").

$-\pi$



$\gamma(0) = (0,1,0)$
$\gamma'(0) = (1,0,0)$

(6) $\vec g = 2z(x+y)\vec i + 2z(x-y) + 24x^2y^2\vec k$

$\vec F = F_1\vec i + F_2\vec j$ t.c. rot $\vec F = \vec g$

$$\det\begin{bmatrix} i & D_x & F_1 \\ j & D_y & F_2 \\ k & D_z & 0 \end{bmatrix} = -\vec i\, D_z F_2 + \vec j\, D_z F_1 + \vec k\,(D_x F_2 - D_y F_1)$$

$$D_z F_2 = -g_1 = -2z(x+y) \Rightarrow F_2 = -z^2(x+y) + c(x,y)$$
$$D_z F_1 = g_2 = 2z(x-y) \Rightarrow F_1 = z^2(x-y) + d(x,y)$$

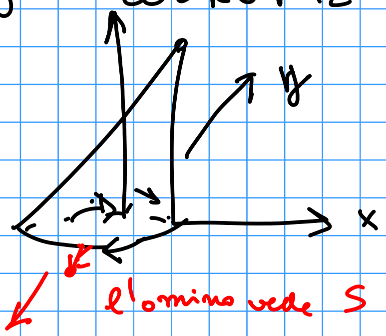
$$D_x F_2 - D_y F_1 = -\cancel{z^2} + D_x c(x,y) + \cancel{z^2} - D_y d(x,y) = 24x^2y^2$$

$$D_x c - D_y d = 24x^2y^2 \qquad D_x c = 12x^2y^2 \quad c = 4x^3y^2$$
$$D_y d = -12x^2y^2 \quad d = -4x^2y^3$$

$$\vec F = \left(z^2(x-y) - 4x^2y^3,\ -z^2(x+y) + 4x^3y^2,\ 0\right)$$
(per esempio)

(7) $$\int_\gamma \vec F\cdot d\vec s \underset{\text{STOKES}}{\overset{\uparrow}{=}} \iint_S \text{rot}\,\vec F\cdot\hat\nu\, d\sigma = \iint_S \vec g\cdot\hat\nu\, ds = \pi$$

SE γ = COERENTE CON $\hat\nu$ MA γ è discorde da $\hat\nu$



$\Rightarrow$ risultato $= -\pi$

l'omino vede S a destra!!

Si può anche fare il calcolo diretto:

$$\int_\gamma \vec F\cdot d\vec s = \int_0^{2\pi} \vec F(\sin(t), \cos(t), 0)\cdot(\cos t, -\sin(t), 0)\, dt =$$

$$\left(\vec F = \left(z^2(x-y) - 4x^2y^3,\ -z^2(x+y) + 4x^3y^2,\ 0\right)\right)$$

$$\int_0^{2\pi}\left(-4\sin^2(t)\cos^4(t) - 4\sin^4(t)\cos^2(t)\right)dt = -4\int_0^{2\pi}\sin^2 t\cos^2 t\,(\cos^2 + \sin^2)$$
$$-\int_0^{2\pi}\sin^2(2t) = -\frac{1}{2}\int_0^{2\pi}(1-\cos(4t))\,dt = -\pi \qquad \text{TORNA}$$

Domanda 2

Consideriamo il sistema di equazioni differenziali:

$$\begin{cases} x' = -x - 2y - 4t \\ y' = 8x + 3y - 12z + 5t \\ z' = -y - z - 2t \end{cases} \qquad \text{(Sys)}$$

che è associato alla matrice costante A e al termine noto $B(t)$ dati da:

$$A := \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 8 & 3 & -12 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \qquad B(t) := \begin{bmatrix} -4t \\ 5t \\ -2t \end{bmatrix}.$$

Diamo per buono che il polinomio caratteristico di A è $p(\lambda) = -(\lambda + 1)(\lambda - 1)^2$.

16.

2 punti

La matrice di Jordan di A ha:

(A) un solo blocco di Jordan;
(B) due blocchi di Jordan;
(C) tre blocchi di Jordan;

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Contrassegna solo un ovale.

- (A)
- (B)
- (C)

17.

5 punti

Si trovi una soluzione di (Sys) della forma:

$$x(t) = a\,t, \quad y(t) = -1 + b\,t, \quad z(t) = c\,t$$

con a, b, c da determinare in $\mathbb{R}$ (eventualmente si risponda "non esiste").

$$\bar{Y}(t) = \begin{pmatrix} 2t \\ -3t - 1 \\ t \end{pmatrix}$$

$$\left(\bar{Y}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

18. 6 punti

Si trovi LA soluzione $Y(t)$ di (Sys) verificante la condizione iniziale $x(0) = 0$, $y(0) = 0$, $z(0) = 0$.
Suggerimento : Si cerchi Y della forma $Y = Y_0 + \bar{Y}$ con Y_0 soluzione del sistema omogeneo.

$$Y(t) = e^t \begin{bmatrix} -2t \\ 2t+1 \\ -t \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

19. 3 punti

Si dica se il sistema (Sys) ammette (almeno) una soluzione costante.

Contrassegna solo un ovale.

- [ ] Sì
- [x] No

Questi contenuti non sono creati né avallati da Google.

Google Moduli

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 8 & 3 & -12 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \qquad B(t) = \begin{bmatrix} -4t \\ 5t \\ -2t \end{bmatrix}$$

Cerchiamo gli autovalori di A

$$P(\lambda) = \det \begin{bmatrix} -1-\lambda & -2 & 0 \\ 8 & 3-\lambda & -12 \\ 0 & -1 & -1-\lambda \end{bmatrix} = \begin{matrix} +(1+\lambda)^2(3-\lambda) \\ -(-1-\lambda)(-1)(-12) - 8(-2)(-1-\lambda) \end{matrix} =$$

$$(1+\lambda)\Big((1+\lambda)(3-\lambda) + 12 - 16\Big) = (1+\lambda)(3-\lambda+3\lambda-\lambda^2-4) =$$

$$(1+\lambda)(-\lambda^2+2\lambda-1) = -(1+\lambda)(1-\lambda)^2$$

$\lambda_1 = -1 \qquad m_A = 1$

$\lambda_2 = 1 \qquad m_A = 2$

e_1 autovettore per $\lambda_1 = -1$ $\qquad e_1 \in \operatorname{Ker} A + I = \operatorname{Ker} \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 8 & 4 & -12 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

HA RANGO 2

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 8 & 4 & -12 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \dim \operatorname{Ker} B = 1$$

$e_1 = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad Be_1 = 0 \qquad y = 0 \qquad 2x = 3z$

$e_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad$ BLOCCO $J(-1, 1)$

$\lambda = \lambda_2 = 1$

$$B = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 8 & 2 & -12 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix} \leftarrow \text{ha rango } 2 \quad (\text{si vede})$$

$m_G(\lambda_2) = 1 \qquad J(1, 2)$

$$B^2 = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 8 & 2 & -12 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 8 & 2 & -12 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 & 0 & 24 \\ 0 & 0 & 0 \\ -8 & 0 & 16 \end{bmatrix} \quad \text{rango } 1$$

Cerco J ...

Mi serve $e_3 \in \operatorname{Ker} B^2 \setminus \operatorname{Ker} B \qquad e_3 = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

$e_3 \in \mathrm{Ker}\, B^2 \iff -12x + 24z = 0 \qquad x = 2z$

$e_3 = \begin{pmatrix} 2z \\ y \\ z \end{pmatrix}$ ci applico B :

$$\begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 8 & 2 & -12 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2z \\ y \\ z \end{bmatrix} \neq 0$$

se metto $z=0 \quad y=1 \qquad e_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$e_2 := Be_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \neq 0$

andava bene

oppure $e_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad e_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}$

DUNQUE posso prendere

$$M = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \qquad J = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad A = MJM^{-1}$$

Cerco $\bar{Y}$ della forma dello espo

$Y' = A\bar{Y} + B \qquad \bar{Y}(t) = \begin{pmatrix} at \\ -1+bt \\ ct \end{pmatrix} \qquad \bar{Y}' = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

$\bar{Y} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} t - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\bar{Y}' = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

$$\bar{Y}' - A\bar{Y} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} - tA\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + A\begin{pmatrix} 0 \\ +1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} - t\begin{bmatrix} -a-2b \\ 8a+3b-12c \\ -b-c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$= \underbrace{\begin{bmatrix} a-2 \\ b+3 \\ c-1 \end{bmatrix} + t\begin{bmatrix} a+2b \\ -8a-3b+12c \\ b+c \end{bmatrix} = B(t) = \begin{bmatrix} -4t \\ 5t \\ -2t \end{bmatrix}}$$

VALE $\iff$ $\boxed{\begin{matrix} a = 2 \\ b = -3 \\ c = 1 \end{matrix}}$ e $\begin{matrix} a+2b = -4 & \leftarrow \text{ok} \\ -8a-3b+12c = 5 & \leftarrow \text{ok} \\ b+c = -2 & \leftarrow \text{ok} \end{matrix}$

$-8\cdot 2 - 3(-3) + 12 = -16 + 9 + 12 = 5$

<u>3 punto</u> Cerco $Y(t) = Y_0(t) + \bar{Y}(t)$ $\qquad Y_0$ sol. di $AY_0 = Y_0'$ (OMOGENEA)

Se voglio $Y(0) = 0 \iff Y_0(0) = -\bar{Y}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow Y_0(t) = e^{tA}Y_0 = Me^{tJ}M^{-1}Y_0 \qquad (Y_0 = e_3 \;!!)$

$= Me^{tJ}\underbrace{M^{-1}e_3}_{\hat{e}_3} = Me^{tJ}\hat{e}_3 =$

$$M \begin{bmatrix} e^{-t} & 0 & 0 \\ 0 & e^{t} & te^{t} \\ 0 & 0 & e^{t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} 0 \\ te^{t} \\ e^{t} \end{bmatrix} =$$

$$e^{t} \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ t \\ 1 \end{bmatrix} = e^{t} \begin{bmatrix} -2t \\ 2t+1 \\ -t \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow Y(t) = e^{t} \begin{bmatrix} -2t \\ 2t+1 \\ -t \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

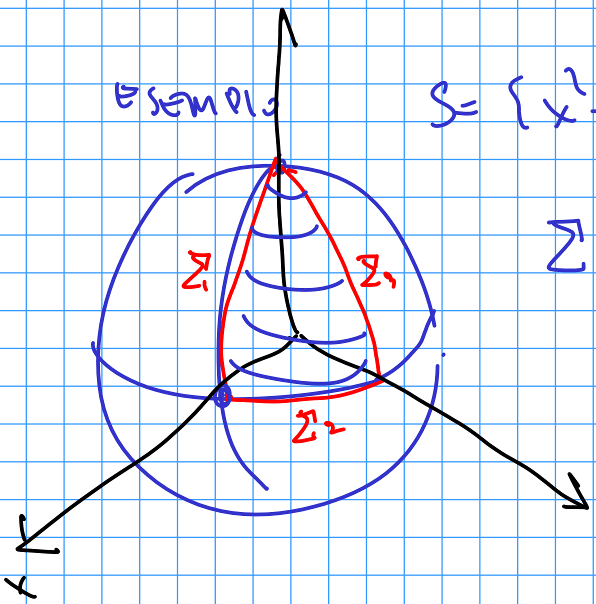
---

ultimo domanda Y = costante $\Rightarrow$ $0 = Y'$ dovrei avere

$$0 = \underbrace{AY}_{\text{costante}} + \underbrace{B(t)}_{\text{dipende da } t}$$

IMPOSSIBILE

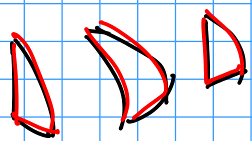
ESEMPI: $S = \{x^2+y^2+z^2=1,\ z\geq 0,\ x\geq 0,\ y\geq 0\}$



$$\Sigma(S) = \underbrace{\{P\in S : x=0\}}_{\Sigma_1} \cup \underbrace{\{P\in S : y=0\}}_{\Sigma_3} \cup \underbrace{\{P\in S : z=0\}}_{\Sigma_2}$$

OPPURE $D = \{x^2+y^2+z^2 \leq 1\ \ x\geq 0,\ y\geq 0,\ z\geq 0\}$

$S = \partial D =$ QUATTRO PEZZI



e $\Sigma^X = \{$ due eguaglianze $\}$ $\qquad \Sigma = \emptyset$